Geographische Ortsbestimmung aus drei Gestirnshöhenmessungen

Mike Kretlow, Hamburg

Einleitung

In Zeiten der Satellitennavigation (GPS) ist die praktische Bedeutung der astronomischen Geodäsie naturgemäss zurückgegangen. Dennoch zählen diese Methoden und Verfahren zu den Ausbildungsinhalten in geodätischen Studiengängen, vermitteln sie doch elementare Kentnisse über terrestische und astronomische Koordinatensysteme, deren (dynamischer) Bezug zueinander und vieles mehr. Und immer noch gehören klassische Navigationsverfahren zum Pflichtausbildungsprogramm in der Berufs- und Sportschiffahrt.[1]

Für Amateurastronomen/-geodäten ist es manchmal reizvoll, mit bescheidenen technischen Hilfsmitteln und auf ganz klassische Art und Weise die geographischen Koordinaten eines Beobachtungsortes zu bestimmen – sei es zum Spass, als Seminarübung oder als Survival-Training für den Dschungeleinsatz…

Wie man nun zu den Gestirnshöhenmessungen gelangt, sei der Fantasie und Bastelfreude des Lesers überlassen (Selbstbau; Theodolit, Astrolab oder Sextant vom Flohmarkt usw.). Erstaunlich praxistauglich scheint der von der Firma AstroMedia [2] angebotenen Selbstbau-Sextant aus Pappe zu sein (siehe Anwenderberichte auf dortiger Webseite und auf [3]). Damit ist eine Messung auf einige Bogenminuten genau möglich.

Der hier vorgestellte Algorithmus ist relativ ausführlich und für recht hohe Genauigkeitsansprüche ausgelegt. In der praktischen Navigation (z.B. Seefahrt) werden oft Vereinfachungen vorgenommen, die einer Messgenauigkeit von meist einigen Bogenminuten (Sextant) genügen. Darüberhinaus werden i.A. die erforderlichen Daten (z.B. scheinbare Sternkoordinaten) nicht selbst berechnet, sondern nautischen Jahrbüchern entnommen, so dass der tatsächliche eigene Rechenaufwand auf ein Minimum reduziert wird.

Algorithmus

Gegeben: Der mittlere Katalogort (α_0, δ_0) eines Sternes, drei gemessene (d.h. scheinbare) Sternhöhen h'_1, h'_2, h'_3 und die dazugehörigen Beobachtungszeiten (UT) t_i.

Gesucht: Geographische Länge und Breite λ, φ des Beobachtungsortes.

[1] Nicht ganz ohne Grund: GPS-Geräte können ausfallen und die Verfügbarkeit/Genauigkeit des GPS-Systems kann vom Betreiber bzw. der US-Regierung jederzeit wieder eingeschränkt werden.

Arbeitsschritte vor Beginn der Rechnung:

1. Reduktion der Katalogkoordinaten auf scheinbare Koordinaten: $(\alpha_0, \delta_0) \to (\alpha, \delta)$.
2. Korrektur der beobachteten Höhen um Refraktion: $h'_1, h'_2, h'_3 \to h_1, h_2, h_3$.
3. Berechnung der GMST (Greenwich Mean Sideral Time) zum Datum (0 UT): Θ_0

Dabei ist Θ_0, t_i in Stundenmass und α, δ, h im Gradmass zu nehmen.
Prinzipiell reichen zwei Höhenmessungen (wir haben ja nur zwei Unbekannte λ, φ), aber durch drei Messungen werden die Formeln bedeutend einfacher.

Rechnung:

$$A_i = 15\,(\Theta_0 + 1.002737909\,t_i) - \alpha_i \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{1}$$

$$H = \frac{\sin h_2 - \sin h_1}{\sin h_3 - \sin h_2} \tag{2}$$

$$\lambda' = \arctan\left(-\frac{\cos A_1 - (H+1)\cos A_2 + H\cos A_3}{\sin A_1 - (H+1)\sin A_2 + H\sin A_3}\right) \tag{3}$$

Geographische Länge λ:

$$\lambda = \begin{cases} -180^\circ + \lambda' & (\lambda' > 0) \\ +180^\circ + \lambda' & (\lambda' < 0) \end{cases} \tag{4}$$

Geographische Breite φ:

$$\tan M_i = \frac{\tan \delta_i}{\cos(A_i - \lambda)} \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{5}$$

$$m_i = \frac{\sin \delta_i}{\sin M_i} \tag{6}$$

$$\varphi_i = \arccos\left(\frac{\sin h_i}{m_i}\right) + M_i \tag{7}$$

$$\varphi = \frac{1}{3}\,(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \tag{8}$$

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ sollten innerhalb der Meßfehler überinstimmen (Kontrolle).

Korrekturformel Refraktion: Ist h' die beobachtete Höhe in Grad, so ist die Refraktionskorrektur R in Grad und die wahre Höhe h gegeben durch

$$R = \frac{0.00452P}{(273+T)\tan h'} \tag{9}$$

$$h = h' - R \tag{10}$$

Dabei ist T die Temperatur in °C und P der Luftdruck in mbar (wenn nicht bekannt, sollte der Standardatmosphärendruck von 1023 mbar eingesetzt werden). Die Formel ist für Sternhöhen über 15° gültig und auf etwa $0\overset{'}{.}1$ genau.

Berechnung der GMST für 0 UT:

$$\Theta_0 = 24110\overset{s}{.}54841 + 8640184\overset{s}{.}812866\,T_0 + 0\overset{s}{.}093104\,T_0^2 - 0\overset{s}{.}0000062\,T_0^3 \tag{11}$$

$$T_0 = \frac{JD_0 - 2451545}{36525} \tag{12}$$

Dabei ist JD_0 das Julianische Datum zum Beobachtungsdatum für 0 UT. Man erhält Θ_0 in Sekunden (bzw. in Vielfachen von 86400 s = 1 Tag). Division durch 3600 ergibt die Sternzeit in Stunden und Dezimalen (bzw. Vielfaches davon).

Genäherte Transformation von mittleren Katalogkoordinaten nach scheinbaren: Wenn die sich Katalogdaten auf eine Standardepoche (J2000.0) beziehen, müssen sie bis zum Beobachtungsdaten wegen Präzession und Nutation korrigiert werden. Man erhält dann einen sog. scheinbaren Ort. Nur bei nicht so hohen Genauigkeitsanforderungen (z.B. wenn die Höhenmessungen nicht besser als 1 Bogenminute sind) kann die Nutationskorrektur vernachlässigt werden.

Beispiel

Literatur

[1] Wepner, Wolfgang: Mathematisches Hilfsbuch für Studierende und Freunde der Astronomie. Düsseldorf 1982.

[2] http://www.astromedia.de

[3] http://www.astronomie.de/bibliothek/artikel/reiseberichte/sextant/